县(市、区)________ 姓名________ 准考证号________ 考场号________ 座位号________

绝密★启用前

2023年河南省普通高中毕业班高考适应性测试

理科数学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$,集合 $M=\{1,3,6\}$,$N=\{2,3,4\}$,则$\complement_U(M\cup N)=$

A. $\{5\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{3,4\}$　　D. $\{1,2,3,4\}$

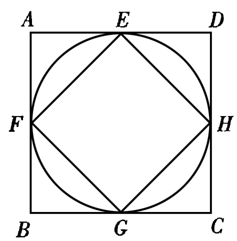
2. 已知 m,n 为实数,$1-\mathrm{i}$(i 为虚数单位)是关于 x 的方程 $x^2-mx+n=0$ 的一个根,则 $m+n=$

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 4

3. 设数列$\{a_n\}$为正项等差数列,且其前 n 项和为 S_n,若 $S_{2023}=2023$,则下列判断错误的是

A. $a_{1012}=1$　　B. $a_{1013}\geqslant 1$　　C. $S_{2022}>2022$　　D. $S_{2024}\geqslant 2024$

4. 已知四边形 $ABCD$ 为正方形,其内切圆 I 与各边分别切于 E,F,G,H,连接 EF,FG,GH,HE,如图所示. 现向正方形 $ABCD$ 内随机抛掷一枚豆子,记事件 M 为豆子落在圆 I 内,事件 N 为豆子落在四边形 $EFGH$ 外,则 $P(N|M)=$



A. $1-\dfrac{\pi}{4}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$

C. $1-\dfrac{2}{\pi}$　　D. $\dfrac{2}{\pi}$

5. 已知 D,E 分别是$\triangle ABC$ 的边 AB,AC 上的点,且满足 $\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AE}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. F 为直线 DE 与直线 BC 的交点. 若 $\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$($\lambda,\mu$ 为实数),则 $\mu-\lambda$ 的值为

A. 1　　B. $-\dfrac{5}{3}$　　C. $\dfrac{5}{3}$　　D. $\dfrac{1}{2}$

6. 已知函数 $f(x)=2\cos^2\omega x+\sqrt{3}\sin 2\omega x-1\ (\omega>0)$ 的最小正周期为$\dfrac{\pi}{2}$,把函数 $f(x)$ 的图象向右平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位长度,得到函数 $g(x)$ 的图象,则函数 $g(x)$ 的图象上距离原点最近的对称

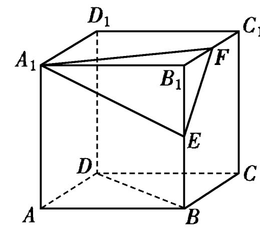
中心为

A. $\left(-\dfrac{\pi}{24},0\right)$　　B. $\left(\dfrac{\pi}{24},0\right)$　　C. $\left(-\dfrac{\pi}{48},0\right)$　　D. $\left(\dfrac{\pi}{48},0\right)$

7. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2,P 是双曲线 C 的一条渐近线上的点，且线段 PF_1 的中点 M 在另一条渐近线上. 若 $\angle PF_2F_1=45°$，则双曲线 C 的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

8. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F 分别是棱 B_1B,B_1C_1 的中点，则过线段 BD 且垂直于平面 A_1EF 的截面图形为



A. 等腰梯形　　B. 三角形

C. 正方形　　D. 矩形

9. 某中学坚持“五育”并举，全面推进素质教育. 为了更好地增强学生们的身体素质，校长带领同学们一起做俯卧撑锻炼. 锻炼是否达到中等强度运动，简单测量方法为 $f(t)=ke^t$，其中 t 为运动后心率(单位:次/分)与正常时心率的比值，k 为每个个体的体质健康系数. 若 $f(t)$ 介于 $[28,34]$ 之间，则达到了中等强度运动；若低于 28，则运动不足；若高于 34，则运动过量. 已知某同学正常时心率为 80，体质健康系数 $k=7$，经过俯卧撑后心率 y(单位:次/分)满足 $y=80\left(\ln\sqrt{\dfrac{x}{12}}+1\right)$，$x$ 为俯卧撑个数. 已知俯卧撑每组 12 个，若该同学要达到中等强度运动，则较合适的俯卧撑组数为(e 为自然对数的底数，e≈2.718)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

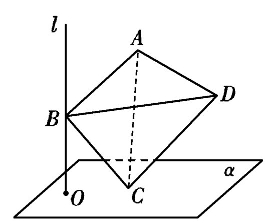
10. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$f(x+1)$ 为奇函数，$f(x+2)$ 为偶函数，当 $x\in[1,2]$ 时，$f(x)=ax^2+b$. 若 $f(0)+f(3)=3$，则 $f\left(\dfrac{9}{2}\right)=$

A. $-\dfrac{5}{4}$　　B. $-\dfrac{3}{4}$　　C. $\dfrac{7}{4}$　　D. $\dfrac{5}{4}$

11. 实数 x,y,z 分别满足 $x^{2022}=e,2022^y=2023,2022z=2023$，则 x,y,z 的大小关系为

A. $x>y>z$　　B. $x>z>y$　　C. $z>x>y$　　D. $y>x>z$

12. 如图，直线 $l\perp$ 平面 α，垂足为 O，正四面体 $ABCD$(所有棱长都相等的三棱锥)的棱长为 2，C 在平面 α 内，B 是直线 l 上的动点，当 O 到 AD 的距离最大时，该正四面体在平面 α 上的射影面积为



A. $\sqrt{3}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\sqrt{2}$　　D. $1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 抛物线 $y=2x^2$ 的焦点到准线的距离为____________.

14. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+x+1, x\geqslant 0,\\ 2x+1, x<0.\end{cases}$ 若 $f(m)<f(2-m^2)$，则实数 m 的取值范围是________.

15. 安排 A,B,C,D,E 五名志愿者到甲，乙两个福利院做服务工作，每个福利院至少安排一名志愿者，则 A,B 被安排在不同的福利院的概率为________.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=0, a_{n+1}=-a_n^2+a_n+c(n\in\mathbf{N}^*)$. 若数列 $\{a_n\}$ 为单调递增数列，则实数 c 的取值范围为____________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17. (12 分)

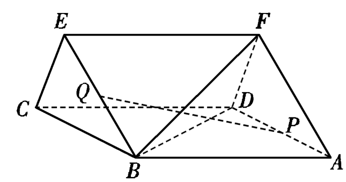
已知在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，在① $a\sin C-c\cos\left(A-\frac{\pi}{6}\right)=0$；② $2c\cos A=a\cos B+b\cos A$；③ $b\sin B+c\sin C-a\sin A-b\sin C=0$ 中任选一个作为条件解答下面两个问题.

(1) 求角 A；

(2) 已知 $b=6, S_{\triangle ABC}=3\sqrt{3}$，求 a 的值.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

18. (12 分)



如图，在三棱柱 $ADF-BCE$ 中，四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle ABC=120°$，$AF=\sqrt{3}$，$AD=2DF=2$，P,Q 分别为 AD,BE 的中点，且平面 $ADF\perp$ 平面 $ABCD$.

(1) 求证：$DF\perp PQ$；

(2) 求直线 PQ 与平面 BDF 所成角的正弦值.

19. (12 分)

某学校筹备成立足球社团，由于报名人数太多，需对报名者进行“点球测试”来决定是否录取. 规则如下：每人最多有四次机会，只要连续踢进 2 个点球，则停止踢球并予以录取，若已经确定不能连续踢进 2 个点球，则停止踢球且不予录取. 下表是某同学六次训练数据，以这 150 个点球中的进球频率代表其单次点球踢进的概率.

点球数	20	30	30	25	20	25
进球数	15	17	22	18	14	14

(1) 求该同学被录取的概率；

(2) 若该同学要进行“点球测试”，记他在测试中进球的个数为 X，求随机变量 X 的期望.

20.（12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点 $F(1,0)$，点 $M\left(\frac{\sqrt{6}}{2},\frac{1}{2}\right)$ 在椭圆 C 上.

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）过点 $P(2,1)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 A,B 两点. 若 $\overrightarrow{PA}=\lambda\overrightarrow{PB},\overrightarrow{AQ}=\lambda\overrightarrow{QB}(\lambda>0)$，求 $|\overrightarrow{OQ}|$ 的最小值（O 是坐标原点）.

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=1-\frac{ax^3}{\mathrm{e}^x}(a\neq0)$.

（1）讨论 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的单调性；

（2）若不等式 $2\mathrm{e}^x f(x)\geqslant x^3\ln x+x^2+3x$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.［选修 4-4：坐标系与参数方程］（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\varphi,\\ y=\sqrt{2}\sin\varphi\end{cases}$（其中 φ 为参数），以 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\cos^2\theta+4\cos\theta-\rho=0$.

（1）求曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的直角坐标方程；

（2）射线 $l:\theta=\alpha$ 与曲线 C_1,C_2 分别交于点 A,B（均异于极点），当 $\frac{\pi}{4}\leqslant\alpha\leqslant\frac{\pi}{3}$ 时，求 $\frac{|OB|}{|OA|}$ 的最小值.

23.［选修 4-5：不等式选讲］（10 分）

已知正实数 a,b,c 满足 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$.

（1）求 $a+4b+9c$ 的最小值；

（2）证明：$\frac{b+c}{\sqrt{a}}+\frac{a+c}{\sqrt{b}}+\frac{a+b}{\sqrt{c}}\geqslant2\sqrt{abc}$.