2022年河南省普通高中毕业班高考适应性测试

文科数学试题参考答案及评分标准

一、选择题(每小题5分,共60分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	A	B	D	C	C	A	D	D	A	B	C

二、填空题(每小题5分,共20分)

13. 1　　14. $\frac{2}{3}$　　15. $\frac{8\sqrt{5}}{5}$　　16. 1400

三、解答题:共70分。

(一)必考题:共60分。

17. 解:

(1)因为第二批参加云台山游的频率是0.165,所以$\frac{a}{800}=0.165$. 解得$a=132$.

所以第三批参加旅游的总人数为$b+c=800-160-120-132-128=260$.

现用分层抽样的方法在所有游客中抽取40名游客,

则应在第三批参加旅游的游客中抽取$\frac{40}{800}\times 260=13$人. ……………………………… 4分

(2)由(1)知,$b+c=260$. 因为$b\geqslant 128$,$c\geqslant 120$,所以$128\leqslant b\leqslant 140$,$120\leqslant c\leqslant 132$.

若将“第三批参加旅游的游客中到云台山旅游的人数和到老君山旅游的人数”记为(b,c),则满足该事件的基本事件有(128,132),(129,131),(130,130),(131,129),(132,128),(133,127),(134,126),(135,125),(136,124),(137,123),(138,122),(139,121),(140,120),共13个. ……………… 8分

设“到云台山旅游的人数比到老君山旅游的人数多”为事件A,则事件A满足的基本事件有(131,129),(132,128),(133,127),(134,126),(135,125),(136,124),(137,123),(138,122),(139,121),(140,120),共10个.

由古典概型可知,$P(\mathrm{A})=\frac{10}{13}$. ……………………………………………… 11分

所以第三批参加旅游的游客中到云台山旅游的人数比到老君山旅游的人数多的概率为$\frac{10}{13}$. …… 12分

18. 解:

(1)选①②:由①知,S_2是S_1与S_4的等比中项. 则$S_2^2=S_1S_4$,即$(2a_1+d)^2=a_1(4a_1+6d)$. 由$d\neq 0$,可得$d=2a_1$.

由②知,$a_3=10$. 可得$a_1+2d=10$. ……………………………………………… 3分

则有$\begin{cases}d=2a_1,\\ a_1+2d=10.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a_1=2,\\ d=4.\end{cases}$ 则$a_n=a_1+(n-1)d=4n-2$. ……………………………… 6分

选①③:由①知,S_2是S_1与S_4的等比中项. 则$S_2^2=S_1S_4$,即$(2a_1+d)^2=a_1(4a_1+6d)$. 由$d\neq 0$,可得$d=2a_1$.

由③知,$S_3-a_4=4$. 可得$3a_1+3d-(a_1+3d)=4$. 解得$a_1=2$. ……………………………… 3分

从而$d=2a_1=4$. 所以$a_n=a_1+(n-1)d=4n-2$. ……………………………………… 6分

选②③:由②知,$a_3=10$. 可得$a_1+2d=10$.

由③知,$S_3-a_4=4$. 可得$3a_1+3d-(a_1+3d)=4$. 解得$a_1=2$. ……………………………… 3分

则$a_1+2d=2+2d=10$. 解得$d=4$. 所以$a_n=a_1+(n-1)d=4n-2$. ………………………… 6分

(2) 由题意知，$b_n-b_{n-1}=2a_n=8n-4(n\geqslant 2)$，且 $b_1-a_1=1$. 所以 $b_1=3$.

所以当 $n\geqslant 2$ 时，$b_n=b_1+(b_2-b_1)+(b_3-b_2)+\cdots+(b_n-b_{n-1})$

$=3+12+20+\cdots+(8n-4)=3+\dfrac{(8n-4+12)(n-1)}{2}=4n^2-1$.

$b_1=3$ 也满足 $b_n=4n^2-1$. 所以对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，$b_n=4n^2-1$. ………………………… 10 分

则 $\dfrac{1}{b_n}=\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1}\right)$.

所以 $T_n=\dfrac{1}{2}\left[\left(1-\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1}\right)\right]=\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{2n+1}\right)=\dfrac{n}{2n+1}$. ……………… 12 分

19. 解：

(1) 在图 1 中，因为 PA 是 $\triangle PB_1C$ 的高，所以 $PA\perp AB_1$，$PA\perp AC$. ……………………………… 2 分

所以在图 2 中，$PA\perp AB$，$PA\perp AC$.

又因为 $AB\cap AC=A$，且 $AB,AC\subset$ 平面 ABC，

所以 $PA\perp$ 平面 ABC. 因为 $BC\subset$ 平面 ABC，所以 $PA\perp BC$. ………………………………… 6 分

(2) 因为 $AB=AB_1=4$，$BC=B_2C=4$，$AC=4\sqrt{2}$，

所以 $AB^2+BC^2=AC^2$. 所以 $AB\perp BC$.

因为 $PA=4$，$PA\perp B_1C$，所以 $PC=\sqrt{PA^2+AC^2}=4\sqrt{3}$，$PB=PB_1=4\sqrt{2}$.

所以 $PB^2+BC^2=PC^2$. 所以 $PB\perp BC$.

因为 G 为 PC 的中点，所以 $BG=\dfrac{1}{2}PC=2\sqrt{3}$. 同理 $AG=2\sqrt{3}$.

所以 $S_{\triangle ABG}=\dfrac{1}{2}AB\sqrt{BG^2-\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2}=4\sqrt{2}$.

易知 $V_{C-ABG}=V_{G-ABC}=\dfrac{1}{2}V_{P-ABC}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\cdot 4=\dfrac{16}{3}$. ………………………………… 9 分

设三棱锥 $C-ABG$ 的高为 h，因为 $V_{C-ABG}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle ABG}\cdot h$，

所以 $\dfrac{1}{3}\cdot 4\sqrt{2}\cdot h=\dfrac{16}{3}$. 所以 $h=2\sqrt{2}$.

所以三棱锥 $C-ABG$ 的高为 $2\sqrt{2}$. ……………………………………………………………… 12 分

20. 解：

(1) 当 $a=2$ 时，$f(x)=x^2+2x-\ln x$，$f(1)=3$，$f'(x)=2x+2-\dfrac{1}{x}$，$f'(1)=3$. ……………………………… 3 分

所以函数 $f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y-3=3(x-1)$，即 $y=3x$. ……………………………… 5 分

(2) 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=ax+2-\dfrac{1}{x}=\dfrac{ax^2+2x-1}{x}$. ……………………………… 7 分

当 $a=0$ 时，由 $f'(x)<0$ 知，函数 $f(x)$ 在区间 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 单调递减；由 $f'(x)>0$ 知，函数 $f(x)$ 在区间 $\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$ 单调递增. ……………………………………………………………… 8 分

当 $a>0$ 时，由 $f'(x)<0$ 知，函数 $f(x)$ 在区间 $\left(0,\dfrac{\sqrt{a+1}-1}{a}\right)$ 单调递减；由 $f'(x)>0$ 知，函数 $f(x)$ 在区间

$\left(\dfrac{\sqrt{a+1}-1}{a},+\infty\right)$单调递增. …………………………………………………………………… 9 分

当$-1<a<0$时,由$f'(x)<0$知,函数$f(x)$在区间$\left(0,\dfrac{\sqrt{a+1}-1}{a}\right)$和$\left(-\dfrac{\sqrt{a+1}+1}{a},+\infty\right)$单调递减;由$f'(x)>0$知,函数$f(x)$在区间$\left(\dfrac{\sqrt{a+1}-1}{a},-\dfrac{\sqrt{a+1}+1}{a}\right)$单调递增. ………………………………………………… 10 分

当$a\leqslant-1$时,$f'(x)\leqslant0$恒成立,所以函数$f(x)$在区间$(0,+\infty)$单调递减. ……………………… 11 分

综上所述,当$a\leqslant-1$时,函数$f(x)$在区间$(0,+\infty)$单调递减;

当$-1<a<0$时,函数$f(x)$在区间$\left(0,\dfrac{\sqrt{a+1}-1}{a}\right)$和$\left(-\dfrac{\sqrt{a+1}+1}{a},+\infty\right)$单调递减,在区间$\left(\dfrac{\sqrt{a+1}-1}{a},-\dfrac{\sqrt{a+1}+1}{a}\right)$单调递增;

当$a=0$时,函数$f(x)$在区间$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$单调递减,在区间$\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$单调递增.

当$a>0$时,函数$f(x)$在区间$\left(0,\dfrac{\sqrt{a+1}-1}{a}\right)$单调递减,在区间$\left(\dfrac{\sqrt{a+1}-1}{a},+\infty\right)$单调递增. ……… 12 分

21. 解:

(1)由题意知,$RG=OR=2$. 不妨设$G(2,2)$,代入抛物线C的方程可得$p=1$. ………………………… 4 分

(2)由(1)知,抛物线C的方程为$y^2=2x$. 设$A\left(\dfrac{y_1^2}{2},y_1\right)$,$B\left(\dfrac{y_2^2}{2},y_2\right)$,$M\left(\dfrac{y_3^2}{2},y_3\right)$,$N\left(\dfrac{y_4^2}{2},y_4\right)$,

则直线AB的斜率为$k_{AB}=\dfrac{y_1-y_2}{\dfrac{y_1^2}{2}-\dfrac{y_2^2}{2}}=\dfrac{2}{y_1+y_2}$.

所以直线AB的方程为$y=\dfrac{2}{y_1+y_2}\left(x-\dfrac{y_1^2}{2}\right)+y_1$,即$2x-(y_1+y_2)y+y_1y_2=0$. ……………………………… 6 分

同理直线AM,BN的方程分别为$2x-(y_1+y_3)y+y_1y_3=0$,$2x-(y_2+y_4)y+y_2y_4=0$.

由直线AB过$Q(2,1)$及直线AM,BN过$R(2,0)$可得$4-(y_1+y_2)+y_1y_2=0$,$y_1y_3=y_2y_4=-4$.

又直线MN的方程为$2x-(y_3+y_4)y+y_3y_4=0$,即$2x+\left(\dfrac{4}{y_1}+\dfrac{4}{y_2}\right)y+\dfrac{16}{y_1y_2}=0$. ………………………… 9 分

所以直线MN的方程为$y_1y_2x+2(y_1+y_2)y+8=0$.

把$4-(y_1+y_2)+y_1y_2=0$代入$y_1y_2x+2(y_1+y_2)y+8=0$,得$y_1y_2x+2(y_1y_2+4)y+8=0$.

由$x+2y=0$,$8y+8=0$可得$x=2$,$y=-1$. 所以直线MN过定点$(2,-1)$. ………………………… 12 分

(二)选考题:共 10 分。

22. 解:

(1)由$\rho=2\sqrt{2}\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)$,得$\rho=2\cos\theta+2\sin\theta$. 所以$\rho^2=2\rho\cos\theta+2\rho\sin\theta$.

将$\begin{cases}\rho\cos\theta=x,\\ \rho\sin\theta=y\end{cases}$代入$\rho^2=2\rho\cos\theta+2\rho\sin\theta$,得$x^2+y^2=2x+2y$,即$(x-1)^2+(y-1)^2=2$.

所以C_2的直角坐标方程为$(x-1)^2+(y-1)^2=2$. ………………………………………………… 5 分

(2)将$\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=-1+t\sin\alpha\end{cases}$代入$(x-1)^2+(y-1)^2=2$并整理,得$t^2-(2\cos\alpha+4\sin\alpha)t+3=0$.

设 A,B 对应的参数分别为 t_1,t_2，则 t_1,t_2 是方程 $t^2-(2\cos\alpha+4\sin\alpha)t+3=0$ 的两根.

所以 $t_1+t_2=2\cos\alpha+4\sin\alpha$. ………………………………………………………………………… 7 分

因为 $|MN|=2$，所以 $\left|\dfrac{t_1+t_2}{2}\right|=2$. 所以 $\cos\alpha+2\sin\alpha=2$. 此时 $\Delta=(2\cos\alpha+4\sin\alpha)^2-12=4\times2^2-12>0$，

所以 $1-\sin^2\alpha=4(1-\sin\alpha)^2$. 所以 $(5\sin\alpha-3)(\sin\alpha-1)=0$. 所以 $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$ 或 $\sin\alpha=1$. …………… 10 分

23. 解：

(1) 由题意知，$f(x)=|x|+|2x+1|<2|x|+1$，即 $|2x+1|-|x|<1$.

当 $x<-\dfrac{1}{2}$ 时，$-2x-1+x<1$. 解得 $-2<x<-\dfrac{1}{2}$.

当 $-\dfrac{1}{2}\leqslant x<0$ 时，$2x+1+x<1$. 解得 $-\dfrac{1}{2}\leqslant x<0$.

当 $x\geqslant0$ 时，$2x+1-x<1$. 无解.

综上所述，不等式的解集为 $(-2,0)$. ……………………………………………………………… 5 分

(2) 由题意知，$a>0$，$f(x)=|x-a|+|2x+a+1|<2$ 有解.

当 $x<-\dfrac{a+1}{2}$ 时，$-3x-1<2$. 解得 $x>-1$. 此时有解，则 $-\dfrac{a+1}{2}>-1$. 解得 $a<1$.

当 $-\dfrac{a+1}{2}\leqslant x<a$ 时，$x+2a+1<2$. 解得 $x<1-2a$. 此时有解，则 $-\dfrac{a+1}{2}<1-2a$. 解得 $a<1$.

当 $x\geqslant a$ 时，$3x+1<2$. 解得 $x<\dfrac{1}{3}$. 此时有解，则 $a<\dfrac{1}{3}$.

综上所述，实数 a 的取值范围为 $0<a<1$. ……………………………………………………… 10 分