县(市、区)________ 姓名________ 准考证号________ 考场号________ 座位号________

绝密★启用前

2022 年河南省普通高中毕业班高考适应性测试

理科数学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M=\{1,3\}$,$N=\{1-a,3\}$,若 $M\cup N=\{1,2,3\}$,则 a 的值是

A. -2　　B. -1　　C. 0　　D. 1

2. 已知复数 z 满足 $(1+2\mathrm{i})z=3-2\mathrm{i}$($\mathrm{i}$ 为虚数单位),则 z 的虚部为

A. $-\dfrac{1}{5}$　　B. $-\dfrac{8}{5}$　　C. $-\dfrac{1}{5}\mathrm{i}$　　D. $-\dfrac{8}{5}\mathrm{i}$

3. 已知数列 $\{a_n\}$,$\{b_n\}$ 都是等差数列,$a_1=1$,$b_1=5$,且 $a_{21}-b_{21}=34$,则 $a_{11}-b_{11}$ 的值为

A. -17　　B. -15　　C. 17　　D. 15

4. “2021 年 12 月 2 日”因其数字“20211202”的对称性被很多人晒到了朋友圈,类似这样的对称性在二十一世纪,我们还能再遇到

A. 6 次　　B. 7 次　　C. 8 次　　D. 9 次

5. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线与直线 $2x-y+3=0$ 平行,则该双曲线的离心率是

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$

C. $\sqrt{5}$　　D. 2

6. 一家商店使用一架两臂不等长的天平称黄金. 一位顾客到店里购买 10g 黄金,售货员先将 5g 的砝码放在天平左盘中,取出一些黄金放在天平右盘中使天平平衡;再将 5g 的砝码放在天平右盘中,再取出一些黄金放在天平左盘中使天平平衡;最后将两次称得的黄金交给顾客. 若顾客实际购得的黄金为 mg,则

A. $m>10$　　B. $m=10$

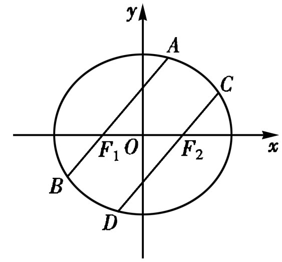
C. $m<10$　　D. 以上都有可能

7. 已知侧棱和底面垂直的三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有棱长均为 3,D 为侧棱 CC_1 的中点,M 为侧棱 AA_1 上一点,且 $A_1M=1$,N 为 B_1C_1 上一点,且 MN//平面 ABD,则 NB_1 的长为

A. 1　　B. 2

C. $\dfrac{3}{2}$　　D. $\dfrac{1}{2}$

8. 如图,椭圆 $C:\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2,过点 F_1,F_2 分别作弦 AB,CD. 若 $AB/\!/CD$,则 $|AF_1|+|CF_2|$ 的取值范围为



A. $\left[\frac{16\sqrt{5}}{5},2\sqrt{5}\right]$　　B. $\left[\frac{16\sqrt{5}}{5},2\sqrt{5}\right)$

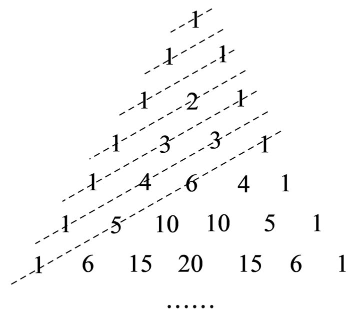
C. $\left[\frac{8\sqrt{5}}{5},2\sqrt{5}\right)$　　D. $\left[\frac{8\sqrt{5}}{5},2\sqrt{5}\right]$

9. 若定义在 **R** 上的偶函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(2,0)$ 对称,则下列说法错误的是

A. $f(x)=f(-x)$　　B. $f(2+x)+f(2-x)=0$

C. $f(3)=f(5)$　　D. $f(x+2)=f(x-2)$

10. "杨辉三角"是中国古代数学杰出的研究成果之一. 如图所示,由杨辉三角的左腰上的各数出发,引一组平行线,从上往下每条线上各数之和依次为 1,1,2,3,5,8,13,……,则下列选项不正确的是



A. 在第 9 条斜线上,各数之和为 55

B. 在第 $n(n\geqslant5)$ 条斜线上,各数自左往右先增大后减小

C. 在第 n 条斜线上,共有 $\frac{2n+1-(-1)^n}{4}$ 个数

D. 在第 11 条斜线上,最大的数是 C_7^3

11. 已知 $a=\log_3 2,b=\log_{11}5,c=\lg4$,则 a,b,c 的大小关系为

A. $a<b<c$　　B. $c<a<b$　　C. $c<b<a$　　D. $a<c<b$

12. 高斯是德国著名的数学家,近代数学奠基者之一,享有"数学王子"的称号. 为了纪念数学家高斯,人们把函数 $y=[x],x\in\mathbf{R}$ 称为高斯函数,其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数,例如:$[-2.1]=-3,[3.1]=3$. 那么函数 $f(x)=[2\sin x\cdot\cos x]+[\sin x+\cos x]$ 的值域内元素的个数为

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2-ax+2a-1$ 的极大值点是 -1,则 $a=$________.

14. 有两枚质地均匀,大小相同的正方体骰子,六个面分别标有数字 1,2,3,4,5,6,同时掷两枚骰子,则两枚骰子朝上面的数字之积能被 6 整除的概率为________.

15. 已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是平面内两个互相垂直的单位向量,若向量 $\boldsymbol{c}$ 满足 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c})\cdot(\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{c})=0$,则 $|\boldsymbol{c}|$ 的最大值是________.

16. 已知三棱锥 $P-ABC$ 中,$\triangle ABC$ 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边三角形,$PA=PB=a$,且平面 $PAB\perp$ 平面 ABC,若三棱锥 $P-ABC$ 的每个顶点都在表面积为 $\frac{65\pi}{4}$ 的球面上,则 $a=$________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

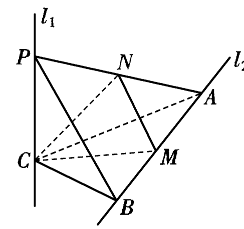
在$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边分别是a,b,c，且$\sin^2A=\sin^2B+\sin^2C+\sin B\sin C$.

（1）求角A的大小；

（2）若$a=1$，$b+\lambda c$存在最大值，求正数λ的取值范围.

18.（12 分）

如图，l_1,l_2是两条互相垂直的异面直线，点P,C在直线l_1上，点A,B在直线l_2上，M,N分别是线段AB,AP的中点，且$PC=AC=a$，$PA=\sqrt{2}a$.



（1）证明：$PC\perp$平面ABC；

（2）设平面MNC与平面PBC所成的角为$\theta(0°<\theta\leqslant 90°)$.

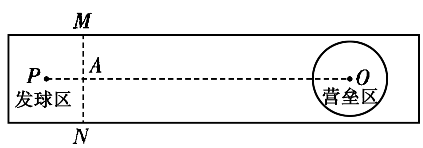
现给出下列四个条件：

①$CM=\dfrac{1}{2}AB$；②$AB=\sqrt{2}a$；③$CM\perp AB$；④$BC\perp AC$.

请你从中选择可以确定$\cos\theta$值的两个条件，并求之.

19.（12 分）

第 24 届冬季奥运会于 2022 年 2 月 4 日至 2 月 20 日在中国举行，其中冰壶比赛项目是本届奥运会的正式比赛项目之一，2010 年中国女子冰壶队第一次参加冬季奥运会冰壶比赛就获得了铜牌. 冰壶比赛的场地如图所示，其中左端（投掷线MN的左侧）有一个发球区，运动员在发球区边沿的投掷线MN将冰壶掷出，使冰壶沿冰道滑行，冰道的右端有一圆形的营垒，以场上冰壶最终静止时距离营垒区圆心O的远近决定胜负.



某学校冰壶队举行冰壶投掷测试，规则为：

①每人至多投 3 次，先在点M处投第一次，冰壶进入营垒区得 3 分，未进营垒区不得分；

②自第二次投掷开始均在点A处投掷冰壶，冰壶进入营垒区得 2 分，未进营垒区不得分；

③测试者累计得分高于 3 分即通过测试，并立即终止投掷.

已知投掷一次冰壶，甲得 3 分和 2 分的概率分别为 0.1 和 0.5，乙得 3 分和 2 分的概率分别为 0.2 和 0.4，甲、乙每次投掷冰壶的结果互不影响.

（1）求甲通过测试的概率；

（2）设Y为本次测试中乙的得分，求Y的分布列；

（3）请根据测试结果来分析，甲、乙两人谁的水平较高？

20.（12 分）

已知函数 $f(x)=(x-a)\ln x(a>0)$.

（1）当 $a=1$ 时，判断函数 $f(x)$ 的单调性；

（2）证明函数 $f(x)$ 存在最小值 $g(a)$，并求出函数 $g(a)$ 的最大值.

21.（12 分）

已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$，过点 $R(2,0)$ 作 x 轴的垂线交抛物线 C 于 G,H 两点，且 $OG\perp OH$（O 为坐标原点）.

（1）求 p；

（2）过 $Q(2,1)$ 任意作一条不与 x 轴垂直的直线交抛物线 C 于 A,B 两点，直线 AR 交抛物线 C 于不同于点 A 的另一点 M，直线 BR 交抛物线 C 于不同于点 B 的另一点 N. 求证：直线 MN 过定点.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.［选修 4-4：坐标系与参数方程］（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=-1+t\sin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数，$0\leqslant\alpha<\pi$）. 以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，C_2 的极坐标方程为 $\rho=2\sqrt{2}\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$.

（1）求 C_2 的直角坐标方程；

（2）C_1 与 C_2 相交于不同的两点 A,B，线段 AB 的中点为 M，点 $N(0,-1)$，若 $|MN|=2$，求 C_1 的参数方程中 $\sin\alpha$ 的值.

23.［选修 4-5：不等式选讲］（10 分）

设函数 $f(x)=|x-a|+|2x+a+1|$.

（1）当 $a=0$ 时，求不等式 $f(x)<2|x|+1$ 的解集；

（2）若 $a>0$，且关于 x 的不等式 $f(x)<2$ 有解，求实数 a 的取值范围.