

高中数学课程标准修订中的关键问题

史宁中

(东北师范大学 数学与统计学院, 吉林 长春 130024)

摘要: 高中数学课程标准修订中的关键问题有: 凝练数学核心素养; 数学核心素养与传统数学教育; 课程结构与课程标准表述; 基于核心素养的教学和评价。

关键词: 数学核心素养; 课程结构; 课程标准表述; 基于核心素养的教学; 基于核心素养的评价

中图分类号: G632 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-9894 (2018) 01-0008-03

引用格式: 史宁中. 高中数学课程标准修订中的关键问题[J]. 数学教育学报, 2018, 27 (1): 8-10.

虽然按照惯例, 课程标准实施 10 年以后就要进行修订, 但是, 这次高中数学课程标准的修订却有两个重要的背景. 一个背景, 教育部在 2012 年就组织了以华东师范大学为主体的专家组, 对 2003 年形成的《普通高中数学课程标准(实验稿)》的使用情况进行了广泛调查, 形成了详实的调查报告, 其中的经验和问题都是修订的重要依据. 另一个背景、也是更重要的背景, 为了落实“十八大”提出的教育“立德树人”的根本任务, 教育部 2014 年发布《关于全面深化课程改革, 落实立德树人根本任务的意见》的文件, 提出核心素养、以及学科核心素养, 并且明确要求“研究制定学生发展核心素养体系和学业质量标准”, 这个要求成为修订的重要原则。

关于数学核心素养. 为了落实上述重要原则, 高中数学课程标准修订组不仅要研制出高中阶段数学学科的核心素养是什么, 还要在数学内容的阐述中突出核心素养, 基于学科核心素养提出教学建议、评价建议、制定学业质量标准. 为了做好这个工作, 教育部成立了由北京师范大学专家牵头的小组, 专门研究核心素养, 于 2016 年 9 月 13 日公布了研究成果, 将核心素养定义为“学生应具备的、能够适应终身发展和社会发展需要的必备品格和关键能力.”并且, 基于社会参与、自主发展、文化修养 3 个方面, 提出 6 个条目 18 个具体指标. 为此, 课程标准把数学核心素养定义为“学生应具备的、能够适应终身发展和社会发展需要的、与数学有关的思维品质和关键能力.”

为了具体表述高中数学核心素养, 首先需要描述, 通过高中阶段的数学教育, 培养出来的人是什么样的. 数学学科是基础教育阶段最为重要的学科之一, 通过基础教育阶段的数学教育, 不管接受教育的人将来从事的工作是否与数学有关, 终极培养目标都可以描述为: 会用数学的眼光观察世界; 会用数学的思维思考世界; 会用数学的语言表达世界. 因此, 在本质上, 这“三会”就是高中阶段的数学核心素养, 是超越具体数学内容的教学目标。

为了广大的数学教育工作者能够在教材的编写、数学教育研究、数学教育过程中有机地融入数学核心素养, 课程标准需要把“三会”具体化, 赋予内涵。

数学的眼光是什么呢? 就是数学抽象. 因为¹: 数学的

研究源于对现实世界的抽象, 通过抽象得到了数学的研究对象, 基于抽象结构, 通过符号运算、形式推理、模型构建等数学方法, 理解和表达现实世界中事物的本质、关系和规律. 正因为有了数学抽象, 就形成了数学的第一个基本特征, 这就是数学的一般性, 使得数学能够揭示普遍规律. 与数学抽象关系密切的是直观想象, 直观想象是实现数学抽象的思维基础, 是人在思维的过程中逐渐形成的思想方法和思考能力, 因此在高中数学阶段, 也把直观想象作为数学核心素养的一个要素提出。

数学的思维是什么呢? 就是逻辑推理. 数学的发展依赖的是逻辑推理, 通过逻辑推理得到数学的结论, 也就是数学命题. 所谓推理是指从命题判断到命题判断的思维过程, 其中的命题是指可供判断正确或者错误的陈述句; 所谓逻辑推理, 就是从一些前提或者事实出发, 依据一定的规则得到或者验证命题的思维过程, 这里所说的规则是指推理过程具有传递性^[1]. 正因为有了逻辑推理, 就形成了数学的第二个基本特征, 这就是数学的严谨性. 虽然数学运算是逻辑推理的一种特殊的形式, 但在高中阶段, 数学运算非常重要, 因此在高中数学阶段, 也把数学运算作为数学核心素养的一个要素提出。

数学的语言是什么呢? 就是数学模型. 数学模型使得数学回归于外部世界, 构建了数学与现实世界的桥梁. 在现代社会, 几乎所有的学科在科学化的过程中都要使用数学的语言, 除却数学符号的表达之外, 主要是通过建立数学模型刻画研究对象的性质、关系和规律. 正是因为有了数学建模, 就形成了数学的第三个基本特征, 这就是数学应用的广泛性. 因为在大数据时代, 数据分析变得越来越重要, 逐渐形成了一种新的数学语言, 因此在高中数学阶段, 也把数据分析作为数学核心素养的一个要素提出。

这样, 课程标准就确定了高中数学核心素养的 6 个要素: 数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算、数据分析. 为了便于理解, 课程标准对每一个要素, 都分别从概念内涵、学科价值、学生表现 3 个层次进行了述说. 因为上面提到的数学 3 个基本特征, 即一般性、严谨性和应用的广泛性, 是全世界数学家的共识, 而数学核心素养的 6

的工具性, 也强调了数学的思想性和文化性, 因此突出了形成数学素养的基础。

1 下面一段论述也是课程标准对数学的理解, 这样的理解不仅强调了数学

个要素是实现这3个基本特征的思维基础，是高中数学内容体现出来的思维品质和基本能力，因此，课程标准把数学核心素养的这6个要素写进课程目标，希望能够贯穿在高中数学教育的全过程。

数学核心素养与传统数学教育.中国数学基础教育的传统和特色是“双基”，是指基础知识和基本技能，传统数学教育的目标就是要求：基础知识扎实、基本技能熟练。在中国，从2001年开始的课程改革的核心，就是变一维目标到三维目标，也就是，把知识技能这个一维目标，变为知识技能、过程方法、情感态度价值观这样的三维目标。

三维目标中所说的情感态度价值观属于核心素养所说的必备品格，重要性不言而喻。但是，三维目标中所说的“过程方法”在课程标准中并没有成为目标，这是因为在描述“过程方法”时使用的行为动词是“经历”、“体验”、“探索”，并没有说明通过这些“过程”让学生获得什么。为此，在修订义务教育数学课程标准时，把“过程”目标表述为：通过学生参与其中的数学教学活动过程，让学生感悟数学的基本思想，积累数学思维和实践的基本经验。这就把传统数学教育的“双基”发展为“四基”，并且在《义务教育数学课程标准（2011年版）解读》中特别强调“‘四基’的提出是在传统‘双基’的前提上，又加上了基本思想和基本活动经验，目的是通过数学的学习，学生不仅把数学作为一种技术和手段，更要让学生学会思考，逐步具有抽象的能力和逻辑推理能力。”与此同时，义教数学课程标准又在“分析问题的能力和解决问题的能力”的基础上，增加了“发现问题的能力和提出问题的能力”，这就把“两能”扩展为“四能”。无论是把“双基”扩展为“四基”、还是把“两能”扩展为“四能”，都是为了社会和个人发展的需要，是为了培养创新型人才的需要。

为了清晰什么是数学的基本思想，曾经建立了两个判断标准，这就是：数学产生和发展必须依赖的思想；学习过数学的人应当具备的基本思维品质。基于这两个判断标准，数学基本思想包括3个要素：抽象、推理和模型。由此可以看到，现在所说的数学核心素养与传统数学教育、与“四基”是一脉相承的，只不过，现在把数学核心素养放在了一个更加突出的位置^[2]。

课程结构与课程标准表述.基于上面所说的两个背景、为了适应未来数学高考“文理不分科”的要求，课程标准设计了3类课程：必修课程、选择性必修课程和选修课程。

必修课程设计8学分，必修课程的内容是对高中毕业的要求；选择性必修课程设立6学分，必修课程内容加上选择性必修课程内容是高考的要求，这两个课程一共14学分，与原来文科学分一致；选修课程设立6学分，供学校自主设定、学生自主选修，内容设计基于4个原则：为学生确定发展方向提供引导，为学生展示数学才能提供平台，为学生发展数学兴趣提供选择，为大学自主招生提供参考。

为了便于初中数学与高中数学的衔接，课程标准设计了“预备知识”主题；因为数学核心素养蕴含于数学内容的逻辑体系之中，课程标准舍弃了模块结构，设计了3条内容主线：函数、几何与代数、统计与概率，这3条内容主线贯穿必修课程和选择性必修课程；此外，课程标准还设计了“数

学建模活动与数学探究活动”主题，贯穿必修课程和选择性必修课程。

课程标准在《课程内容》的表述中增加了“教学提示”和“学业要求”的栏目，分别从学习内容和学业质量的角度提出要求，希望教科书的编写和教师的教学，能够把数学内容与相应的数学核心素养有机结合。并且，在《课程内容》之后专门设立《学业质量标准》一章，把数学内容与相应的数学核心素养合为一体、划分出3个水平，分别对应于必修课程、选择性必修课程和选修课程；每一个水平的表述都涉及“情境与问题”、“知识与技能”、“思维与表达”、“交流与反思”4个方面，并且对每一个方面都定义了相应的内涵。希望教材编写者和教师能够把握学业质量标准的整体性和阶段性，统筹设计有利于学生达成学业目标的教学过程；能够深入研究学业质量标准，在关注学生知识技能掌握的同时，关注学生相应数学核心素养的达成。

在《实施建议》一章中，包括教学与评价建议、学业水平考试与高考命题建议、教材编写建议、地方与学校实施课程标准建议，这些都是课程标准能够得以实施的关键环节。

最后，课程标准设置了两个附录：《附录A》从数学核心素养6个要素的角度，对学业质量标准的3个水平进行了整理；《附录B》给出大约40个案例，是为了更好地理解课程标准的述说，包括内容的理解、教学的实施；特别是通过案例解释在考试评价过程中，如何把数学核心素养融入数学内容，如何设计开放题、以及在阅卷过程中使用“满意原则”和“加分原则”。

基于核心素养的教学.既然数学核心素养是“四基”的继承和发展，那么“四基”就是学生形成和发展数学核心素养的有效载体。强调“四基”就要把握数学知识的本质，在数学教学活动中，让学生在掌握知识技能的同时理解知识的本质，感悟知识所蕴含的数学基本思想，积累数学思维和实践的经验，在这个基础上促进学生形成和发展数学核心素养。

学生数学核心素养的形成和发展，是在教师的启发和引导下，学生通过自己的独立思考、或者与他人交流，最终是自己“悟”出来的，是一种逐渐养成的思维习惯和思想方法，因此在教学活动中，把握数学内容的本质、精心设计合适的教学方案就非常重要。

比如，关于函数概念的教学。高中阶段的数学，函数是非常重要的内容，因此课程标准把函数作为高中数学内容3个主线之一。函数教学首先遇到的问题是，学生在初中阶段已经学过函数的概念，是用变量关系讲授的，高中阶段又要通过对应关系重新定义函数，这是为什么呢？重新定义有必要吗？在过去的教学中，教科书没有论及这个问题，教学过程中也不涉及这个问题，于是给学生留下这样的知识：函数有两个定义，这两个定义是有区别的、是应当记忆的。显然，这样的教学无法让学生理解函数概念表述方式改变所蕴含的数学思想，也无法感悟数学抽象的层次性。事实上，为了阐述函数概念表述方式改变的必要性，可以举例说明。

进一步，在函数对应的定义中，为什么要求“实数集到实数集”的对应呢？过去高中数学教学也不论及这个问题，但是，这个问题是非常本质的。还是可以通过举例让学生明白其中的道理，比如，自变量 x 是角度时，如果仍然定

义 $\sin x$ 是函数,那么可以提出这样的问题: $x+\sin x$ 是不是函数?如果是函数,那么会出现函数值是个实数、但自变量角度不是十进制实数情况,怎么相加呢?如果不是函数,那么会出现自变量与函数值不可以相加的情况,这就无法建立一般意义上的初等函数.究其原因可以知道,函数必须是实数到实数的对应.这也从另一个角度说明建立弧度制的必要性.

无论是数学概念的述说、还是计算方法的使用,高中数学与初中数学都有一个显著的变化,这就是更加抽象.正是因为有了这样的抽象,才使得数学的表达具有了一般性,就像前面论述的那样.因此在函数概念的教学中,应当让学生感知这样的变化、启发学生思考,进而引导学生理解数学的本质、感悟数学的思想、形成和发展数学核心素养.

无论是教材的编写、还是教学的设计,都可以考虑改变传统的设计思路,不是每一节课或每一个知识点进行设计,而是把一些具有逻辑联系的知识点放在一起进行整体设计.碎片化的数学内容,无法把数学的本质表述清楚,更无法体现数学核心素养.可以把这样的整体称为单元或者主题,把这些内容前后照应进行教学设计,就可以在关注知识技能的同时,思考知识技能所蕴含的数学本质、体现的数学思想,最终实现学生形成和发展数学核心素养的目标.

基于核心素养的教学,要特别重视情境的创设和问题的提出.核心素养是在特定情境中表现出来的知识、能力和态度,只有通过合适的情境才有利于学生感悟和形成.设计情境和提出问题的目的是启发学生思考,设计情境和提出问题的根基是数学内容的本质.

情境与问题是多样的、多层次的.情境可以包括:现实情境、数学情境、科学情境;每种情境可以分为:熟悉的情境、关联的情境、综合的情境.问题是指情境中的问题,从学生认识的角度可以分为:简单的问题、较为复杂的问题、复杂的问题;从学生思维的角度可以分为:模仿的问题、联系的问题、创造的问题.情境与问题是联系在一起的,一个情境是否合适并不仅仅取决于情境本身,而在于所提出的问题是能够揭示数学的本质.

综上所述,理想的数学教学过程,应当注意几个环节:把握数学知识本质,把握学生认知过程;创设合适教学情境,提出合适数学问题;启发学生独立思考,鼓励学生相互交流;掌握知识技能,理解数学本质;感悟数学基本思想,发展数学核心素养.

上面说的环节不是教学模式,也不要求在每一堂课都实现,是整体教学设计时应当考虑的,是在整体教学实施时应

当实践的.因为数学核心素养的养成是学生日积月累的结果,因此需要整体设计、分步实施.教学过程要注意到这个问题,教材编写也要注意到这个问题.

基于核心素养的考试评价.无论学业质量考试还是高考,都涉及到两个方面的问题,一个方面是评价的方式,另一个方面是命题的形式.

要改变单纯依赖一张试卷的评价方式.对于日常评价,除了期末考试的成绩以外,还可以参考其他内容进行评价,比如,期中考试的成绩、日常作业完成的情况、日常教学活动中的表现;特别是“数学建模活动和数学探究活动”这个主题,要求学生通过研究报告或者小论文的形式完成,也可以作为日常评价的依据.高等院校招生评价、特别是自主招生评价,除了高考的成绩外,还要参考学生其他信息,比如,放在学生学习档案中的相关材料:学生参加社会活动的评价、学生完成的研究报告或者小论文、选修课程中各类课程的成绩、高中奥数的成绩,等等.不言而喻,实现这个转变的前提是学生的学习档案中要有丰富的材料,可供高等院校录取时参考.

关于命题的形式,知识技能的考核还是重要的,但不能过分强调解题的速度,这是为了避免高中学习阶段过分的大强度训练.因此,在不增加题量的前提下,可以考虑适当延长考试的时间.

关于命题的设计,可以考虑两个转变,一个转变是关注学生数学核心素养的达成;一个转变是考察学生的思维能力.关于第一个转变,命题设计不仅要关注知识点,还要关注数学核心素养的达成.可以从数学知识出发考虑所蕴含的数学核心素养,或者反过来,可以从数学核心素养出发考虑相应的数学知识,在题目中把数学知识与数学核心素养有机结合、融为一体.关于第二个转变,可以通过开放题的形式实现,问题的答案不是在题目中给定的,需要学生自己想象,因此在解答的过程中,还需要学生回答想象的理由是什么.课程标准在“学业水平考试与高考命题建议”提出“满意原则”和“加分原则”,并且在《附录 B》中给出一定数量的案例,供命题设计时参考.

课程标准的修订经历了两年多的时间,在这个过程中,得到许多教育家、数学家、数学教育家、高中教材编写专家、以及广大的教研员和高中数学教师的关心和支持,他们提出了许多宝贵的意见和建议,使得修订工作能够顺利进行,在此深表感谢.

[参 考 文 献]

- [1] 史宁中.试论数学推理过程中的逻辑:兼论什么是有逻辑的推理[J].数学教育学报,2016,25(4):1-16.
- [2] 朱雁,鲍建生.从“双基”到“四基”:中国数学教育传统的继承与超越[J].课程·教材·教法,2017,37(1):62-68.

Key Problems in the Revision of High School Mathematics Curriculum Standards

SHI Ning-zhong

(Northeast Normal University School of Mathematics and Statistics, Jinlin Changchun 130024, China)

Abstract: Key problems in the revision of high school mathematics curriculum standards are condensing the core literacy of Mathematics, the core literacy of mathematics and the traditional mathematics education, structure and expression of curriculum standard, teaching and evaluation based on core literacy.

Key words: the core literacy of Mathematics; structure and expression of curriculum standard; teaching and evaluation based on core literacy

[责任编辑:周学智]